
LEVA BİLİM TOPLULUĞU
Leva Matematik Kampı
Bitirme Sınavı (Lise)

Birinci Gün
1 Aralık 2025

Problem 1. 2×3 ya da 3×2 boyutlarında olan, birim karelerden oluşan, dikdörtgen şeklinde bir tabloyu ele alalım. Bu tablonun köşelerinde yer alan 4 birim kareden herhangi birini seçelim. Ardından bu tablonun köşelerinde yer almayan 2 birim kareden herhangi birini seçelim. Seçtiğimiz bu iki kareyi tablodan silelim. Geriye kalan şekle bir *Meriç şekli* denir.

Hangi (n, m) pozitif tam sayı ikilileri için $n \times m$ boyutlarında olan, birim karelerden oluşan bir tabloyu yalnızca Meriç şekillerini kullanarak, çakışma olmadan ve boşluk bırakmayacak şekilde kaplamak mümkündür?

Problem 2. Her x, y pozitif reel sayıları için

$$\frac{f(xy)}{f(x+y)} + f\left(\frac{x}{y}\right) = f(xy) + 1$$

eşitliğini sağlayan tüm $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ fonksiyonlarını bulunuz.

Problem 3. Bir ABC üçgeninde iç teğet çemberin merkezi I , $[BC]$ kenarına temas eden dış teğet çemberin merkezi ise I_A olsun. BC doğrusu üzerinde D, B, C, E sırasıyla konumlanmış biçimde $|BA| = |BD|$ ve $|CA| = |CE|$ şartını sağlayan D, E noktaları alınıyor. I_ADE üçgeni ile I_ABC üçgeninin çevrel çemberleri ikinci kez P noktasında kesişiyor. AI_A ve BC doğruları F noktasında kesişiyor. BC doğrusunun I_APF 'nin çevrel çemberini F noktası haricinde kestiği diğer nokta G olmak üzere, I_AG doğrusu üzerinde $|XB| = |XC|$ olacak şekilde bir X alınıyor. Buna göre XF doğrusu, GP doğrusu, AIP 'nin çevrel çemberi ve BXC 'nin çevrel çemberinin noktadaş olduğunu gösteriniz.