

Leva Matematik Kampı  
Hazır Bulunuşluk Sınavı

*Birinci Gün*  
*17 Temmuz 2023*

**Problem 1.**  $p$  ve  $p^2 + 8$  tam sayılarının ikisi de asal ise  $p^3 + 8p + 2$  sayısının da bir asal sayı olduğunu gösteriniz.

**Problem 2.** Levent,  $W$  noktasını  $LEVANT$  düzgün altıgeninin  $[TL]$  kenarı üzerinde,  $R$  noktasını ise  $[EV]$  kenarı üzerinde istediği gibi hareket ettirebilmektedir.  $WRAN$  dışbükey dörtgeninin alanının mümkün olan en büyük değerini almasını sağlayan tüm  $(W, R)$  nokta ikililerini belirleyiniz.

**Problem 3.**  $2023 \times 2023$  boyutlarındaki bir kareli tablonun her karesi,  $n$  farklı renkten birine boyanıyor. Her  $A$  rengi için, tablodaki her kare,  $A$  rengindeki en az bir kare ile aynı satır veya sütunda bulunuyor. Buna göre  $n$ 'in alabileceği en büyük değer nedir?

**Problem 4.** 2027 bir asal sayıdır. Buna göre,

$$S = \sum_{k=0}^{62} \binom{2024}{k}$$

sayısının 2027 ile bölümünden kalan kaçtır?

**Problem 5.** Her  $x, y$  tam sayıları için

$$f(xy) + f(x + y) + 1 = f(x + 1)f(y + 1)$$

eşitliğini sağlayan tüm  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonlarını bulunuz.

**Problem 6.** Yükseklikleri  $AD, BE, CF$  olan dar açılı bir  $ABC$  üçgeni verilmiştir.  $AD$  doğrusu  $ABC$ 'nin çevrel çemberini  $P$  noktasında ikinci defa kesmektedir.  $PE$  ve  $PF$  doğruları  $ABC$ 'nin çevrel çemberini sırasıyla  $Q$  ve  $R$  noktalarında ikinci defa kesmektedir.  $BFR$  ve  $CEQ$  üçgenlerinin çevrel çemberlerinin merkezleri sırasıyla  $O_1$  ve  $O_2$  olduğuna göre,  $O_1O_2$  doğrusunun  $E$  ile  $F$ 'nin orta noktasından geçtiğini gösteriniz.

**Problem 7.**  $a, b, c, d$  gerçel sayıları için

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= 20 \\ ab + bc + cd + da &= 16 \end{aligned}$$

olduğuna göre  $abc + bcd + cda + dab$  ifadesinin alabileceği en büyük değeri bulunuz.

Leva Matematik Kampı  
Hazır Bulunuşluk Sınavı

*Birinci Gün*  
*17 Temmuz 2023*

---

**Problem 8.**  $a^a = b^4 + c^4$  eşitliğini sağlayan  $(a, b, c)$  pozitif tam sayı üçlülerinin sayısını bulunuz.

**Problem 9.** Emre ve Başar, her yöne sonsuz uzanan bir kareli düzlemin üzerinde *Devlerin Aşk* oyununu oynamaya karar veriyorlar. Oyuna başlamadan önce Emre kırmızı, Başar ise mavi bir kalem alıyor ve oyun bitene kadar yalnızca kendi kalemlerini kullanıyorlar. Oyunun en başında Emre, düzlem üzerinde seçtiği  $k$  adet birim kareyi kırmızıya boyuyor. Bundan sonra, Başar başlamak üzere, sırayla hamle yapıyorlar. Hamle sırası gelen oyuncu, seçtiği bir birim kareyi kendi rengine boyuyor. Düzlem üzerinde  $2 \times 2$  boyutlarındaki bir kareyi tamamen kendi rengine boyayabilen oyuncu oyunu kazanıyor.

Emre'nin bu oyunu kazanmayı garantileyebilmesini sağlayan en küçük  $k$  değeri nedir?