

LEVA BİLİM TOPLULUĞU
Leva Matematik Kampı
Genel Yetenek Sınavı

Birinci Metin

ÜÇ HARFTEN ÜÇ BİN KELİMEYE: ARAPÇA

Ders, medrese, müderris, tedrisat... Hepsi eğitimle alakalı olan bu kelimelerin dördünde de “d, r, s” harflerinin aynı sırayla yer alıyor olması bir tesadüf olabilir mi? Kitap, katip, mektep, mektup: “K, t, p” harflerinden oluşan, yazmakla alakalı kelimeler. Aklıma gelmişken, niye kitapların olduğu yere “kütüphane” diyoruz ki “kitaphane” demek varken? Tüm bu sorularımıza Arapça dilinin büyüleyici kelime türetme stratejisi cevap verecek. Üstüne üstlük “cin”, “cenin”, “cinnet” ve “cennet” kelimelerinin aynı kökten geldiğini öğreneceğiz.

Birçok dünya dilinde yeni kelimeler, var olan kelimelerin birbirine yapıştırılmasıyla türetiliyor. Örneğin, Çince 停留 (beklemek) kelimesini oluşturan iki kelime var: 停 (durmak) ve 留 (kabullenmek). (Bakmak ile görmek arasındaki fark gibi, üzerine düşünmeye değer bir bakış açısı.) Çince ve Vietnamca gibi diller, kelimeleri birbirine ekleyerek yeni anlam alanları yaratmakla yetinse de diğer birçok dilde ilginç bir olay yaşanıyor: Örneğin Türkçede “gel işi” yerine “geliş”, “git işi” yerine “gidiş” denmeye başlıyor. Böylece ön ve arka ekler ortaya çıkıyor.

Diller, ait olduğu toplumun ihtiyaçlarına göre kolayca eğilip bükülebilen yapılar. Dolayısıyla, kimi dillerin yeni anlamlar üretmek için var olan kök ve eklerle sınırlı kalmak yerine kök kelimenin seslerini değiştirerek evrimleştiğini görüyoruz. İngilizce konuşurken “mouses” demek yerine “mice”, “runned” yerine “ran” dediğimizde bunun örneklerine şahitlik ediyoruz. Kimi dillerde de zamanla ön ve arka ekler, kök kelimeyi parçalayarak “orta ek” hâlini alabiliyor.

Arapça, yeni şeyler söyleyebilmek için kök kelimelerin seslerini değiştiren dillerin en uç örneği. Öyle ki bu dilde “kök” dediği zaman kendi başına anlam ifade eden bir kalıp gelmiyor akla. Sadece üç tane ünsüzün sıralanmasından oluşan, anlam kazanmak için biçimlendirilmeye muhtaç olan harf dizileri. Kökümüz “123” ise “1ā2i3” dediğimizde etken bir sıfat-fiil türetmiş oluruz: kâtip (yazan), cahil (bilmeyen), zalim (zulmeden)... “Mu1ā22i3” ise bir fiili gerçekleştiren özneye işaret eder: müderris (dersi yapan), müfettiş (teftişi yapan), müvekkil (vekalet eden), münecim...

Cin muhabbetine dönecek olursak... “Muhabbet” mi dedi biri? “Dost olmak” anlamındaki “h, b, b” kökünü “ma1a23a(t)” kalıbına sokup mastarlaştırmış olmasın? “Nazar”dan “manzara”, “ders”ten “medrese” türetmek gibi. Peki ya “saklamak” anlamındaki “c, n, n” kökünden neler çıkar? Görünmeyen bir varlığa “cin”, anne karnının altında örtülü olana “cenin”, bilincin örtülmesine “cinnet” ve korunan, saklanan bir bahçeye “cennet” diyebiliriz. Görünen o ki aynı kökten türetilen Arapça sözcüklerin arasındaki anlam ilişkisi kimi zaman fazlasıyla *örtük* oluyor.

Bir zaman makinem olsa Akadların atalarının zamanından başlar, semitik dillerin doğuşunu izlerdim. Doğ işi.

LEVA BİLİM TOPLULUĞU
Leva Matematik Kampı
Genel Yetenek Sınavı

İkinci Metin

NOTALARIN ARASINDAKİ NOTALAR

Do, re, mi, fa, sol, la, si... Sırada ne var? Yine mi do? Nasıl olur da başa döneriz, ses gitgide incelmiyor mu? Madem öyle, baştaki do notasına bundan böyle *kalın do*, yeni elde ettiğimiz sese de *ince do* diyelim. Bu şekildeki kalın-ince nota ikililerine bir *oktav* dendiğini de aklımızda tutalım, zira bu kelimeyi çok kullanacağız.

Bir ses dalgasının frekansını iki katına çıkarırsak ne olur? Dalga fiziğiyle lise düzeyinde tanışmış herkesin tahmin edebileceği üzere, frekans arttığı için ses inceler. Fakat öyle bir inceler ki aynı notayı duymaya devam ederiz. Örneğin, 220 Hertz'lik kalın la notasından sıkılırsak 440 Hertz'lik ince la notasına geçebiliriz. 880 Hertz'lik bir ses dalgası ise daha da ince bir la notasına karşılık gelir. (La notasının bir sonraki oktavı yani.) Bu durum, akustik tarihinin en ilginç keşiflerinden biri olabilir. Bu keşfin tarihi ise sesin bir dalga olduğunun bile bilinmediği Antik Çağ'a dayanıyor.

Antik Yunan bilginleri, dalga fiziğinden bihaber olsalar da şunu biliyorlardı: Gergin bir teli titreştirdiğimizde ses çıkar. Teli geren kuvvet arttığında veya telin boyu kısalduğunda bu ses inceler. Yaylı veya telli enstrüman çalan okurlarımız bunu çok iyi biliyor olmalılar: Boş bir teli titreştirdiğimizde telin tamamında bu hareket hissedilir ve bir ses ortaya çıkar. Ancak telin üzerinde belli bir noktaya parmağımızı koyarak telin titreşen kısmının boyunu azaltabilir, böylece enstrümandan çıkan sesi inceltebiliriz. Veyahut burguyu sıkarak telin gerginliğini artırabiliriz ki buna "akort yapmak" diyoruz.

Bahsettiğimiz keşfin temelinde şu soru yatıyordu: "Parmağımı telin tam ortasına koysam ne olur?" Günümüzde biliyoruz ki telin titreşen kısmının uzunluğunun yarıya inmesi, dalga boyunun da yarıya inmesine sebep olarak telden çıkan sesin frekansını iki katına çıkarır. Antik Yunan bilginleri bunu bilmeseler de duydukları sesin, boş telden çıkan notanın tam olarak bir oktav üstü olduğunu anlayacak kadar müzik kulağına sahiplerdi.

Müzikte tek bir nota tek başına hiçbir anlam ifade etmez. Bir notaya karakter kazandıran şey, aynı anda veya art arda duyulduğu diğer notalarla arasındaki ilişkidir. Bu ilişkinin en önemli parçası da notaların arasındaki uzaklıktır - müzik terimleriyle konuşacak olursak, *nota aralıklarıdır*. Şimdiye kadar adını dilimizden düşürmediğimiz "oktav" da bu nota aralıklarından biridir. Bu da şu anlama geliyor: 220 Hz'lik nota ile 440 Hz'lik notanın aralığı, 440 Hz'lik nota ile 880 Hz'lik notanın aralığına eşittir.

Bu örnek üzerinden anlıyoruz ki, insan kulağının herhangi iki nota aralığını birbirine eşit olarak algılaması için bu nota çiftlerinin frekansları arasındaki *farkın* değil, *oranın* eşit olması gerekir. Başka bir deyişle, insan beyni ses dalgalarının frekanslarını logaritmik bir ölçekte algılar. Dolayısıyla her nota aralığını bir frekans oranı şeklinde düşünebiliriz. Bu durum, gergin tellerle yapılan deneyler sayesinde İlk Çağ'dan beri biliniyordu aslında. Ancak cümleye "frekans", "logaritmik" gibi kelimelerin eklenmesi için aradan 3000 yıl geçmesi gerekti. "Frekans oranı" demek yerine "tel uzunluğu oranı" demek de yeterliymiş demek ki.

Bu bilgiyi örneklerle pekiştirelim: Do notasından dört nota sonra mi gelir (arada do diyeyiz, re ve re diyeyiz var). Bu iki notanın aralığı, *majör üçlü* olarak adlandırılır ve bu aralığın frekans oranı $5/4$ 'tür. Başka bir deyişle, do'dan mi'ye yükselmek için do'nun frekansını $5/4$ ile çarpabiliriz. Bir örnek daha: Do'dan yedi nota sonra sol gelir. Bu aralığa da *tam beşli* denir. Tam beşli aralığının oranı $3/2$ 'dir. Bu yüzden sol'ün frekansı, do'nun frekansının $3/2$ katıdır. Aynı şekilde, sol'den yedi nota sonra gelen re notası da sol'ün $3/2$ katı büyüklüğünde bir frekansa sahip olacağından, re ile do notaları arasındaki aralığın oranının **(x)** olması gerektiğini görebiliriz.

Bu işlemi 12 defa tekrar edersek, do'dan 84 nota sonra gelen notanın frekansının, do'nun **(y)** katına eşit olduğunu görürüz. Bu frekans oranına ulaşmanın başka bir yolu da oktav aralığını kullanmak. Toplamda 12 notamız olduğu için her 12 notada bir oktav artar. Bu da do'dan 84 nota sonraki notanın tam olarak 7 oktav yukarıda olduğunu, dolayısıyla do notasının frekansının 2^7 katı büyüklüğünde bir frekansa sahip olduğunu gösterir. Sorunu görebiliyor musunuz? **(y)** sayısı nasıl 2^7 'ye eşit olsun, tam sayı bile değil! Nerede hata yapmış olabiliriz? Yoksa size tam beşli aralığın oranını yanlış mı söyledim?

Biraz şaşırtıcı, biraz da üzücü bir şekilde, şimdiye kadar yaptığımız tüm hesaplamalar doğruydular. Hiçbir akort sistemi, sonlu sayıda nota kullanarak hem oktavı hem de tam beşli aralığı %100 tutarlılıkla ifade edemez. Bunu yapmaya çalıştığımızda yukarıdaki gibi aynı anda iki farklı frekans değerine sahip olması gereken notalar karşımıza çıkar: Çelişki. İnsan doğasının bu üzücü gerçekliği, yalnızca tam beşli aralık için değil, oktav haricindeki bütün rasyonel aralık oranları için geçerlidir ve matematiksel olarak kolayca ispatlanabilir (**Problem 2.2**).

Elbette bu durum müzisyenleri müzik yapmaktan alıkoymuyor. Tarih boyunca bu soruna çözüm olarak geliştirilen birçok akort sisteminin ardından, son 200 yılda *12-TET* adlı sistem standart hâle geldi. Açılımı "12 tone equal temperament", yani 12 notalı eşit aralıklı sistem. Adından da anlaşılabilir olduğu üzere bu sistem, bir oktav aralığını 12 eşit parçaya bölüyor. Başka bir deyişle, bu sistemde herhangi iki ardışık notanın frekans oranı **(z)**'ye eşitleniyor. Böylece her notanın 12 sonraki nota ile aralık oranı $2^{1/12}$ 'ye, yani tam olarak bir oktava eşit olmuş oluyor.

Bu sistemi kullanmanın temel sorunu, oktav dışındaki hiçbir rasyonel aralığı ifade edemeyecek olmak. Fakat 12-TET ile yeterince iyi idare edebiliyoruz. Örneğin, **(z)**⁴ sayısı $5/4$ 'e, **(z)**⁷ sayısı da $3/2$ 'ye çok yakın olduğu için müzik dinlerken majör üçlü ve tam beşli aralıkları olması gerekene yeterince yakın frekanslarda duyuyoruz. Oktavı herhangi başka bir sayı yerine 12 parçaya bölmemizin en temel sebebi de bu: **(z)**'nin kuvvetleri, duymak istediğimiz aralıkların gerçek değerlerine çok yakın değerler alıyor. Ancak bu tercihte Batı müzik kültürünün tarihsel süreçte 12 nota etrafında gelişmesinin oynadığı rolü göz ardı edemeyiz. Örneğin, Türk sanat müziğinin standartlaştırılması için 12-TET yerine 53-TET kullanılıyor. Üstüne üstlük 53-TET, tam beşli aralığı 12-TET'e göre çok daha iyi ifade ediyor:

$$\left| \frac{3}{2} - (\mathbf{t})^{31} \right| < \left| \frac{3}{2} - (\mathbf{z})^7 \right|.$$

Günümüzde dinlediğimiz neredeyse tüm müzik ürünleri 12-TET sistemini kullanıyor. Öte yandan, teknolojinin gelişmesiyle birlikte bazı sanatçılar farklı TET'lerde yeni tımlar aramaya başladı: Jacob Collier, King Gizzard & the Lizard Wizard, Sevish, The Mercury Tree... İyi dinlemeler diliyorum.

LEVA BİLİM TOPLULUĞU
Leva Matematik Kampı
Genel Yetenek Sınavı
Üçüncü Metin

MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞINDA SKANDAL!

Geçtiğimiz hafta yüz binlerce öğretmen, il içi tayin programına başvurmak için tercih listesi hazırlamanın heyecanını yaşadı. Bugün, atama sonuçlarının açıklanmasıyla beraber kimileri hayallerine kavuşurken kimileri de bir sene daha aynı okulda kalmaya kendini hazırlamaya başlıyor. Öte yandan birçok öğretmen, MEB'in atamalar için kullandığı sistemin ne kadar adil olduğunu sorguluyor. İsteddiği okula gidemeyen öğretmenlerimizden Cerbeze Toztoprak, kameralarımıza şu şekilde konuştu:

“Ben hayatımda böyle saçma sistem görmedim. O kadar sene çalışmışım, didinmişim, hizmet puanı toplamışım; 50 puan altındaki adam benim yazdığım yere gidiyor. Listemin en sonuna Kerman Çuvaşlı Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesini yazmıştım ben. Orası da tutmayınca hiçbir yere atanamadım. İsim vermek istemiyorum da, şimdi Kerman Çuvaşlı MTAL'i o kuş kadar puanla Ervin Türezen mi hak ediyor?”

Bu atama sisteminin bir an önce değişmesi lazım. Bizi hizmet puanlarımıza göre sıralıyor, sonra birinci sıradaki öğretmenden başlayarak herkesi tercih listesinde boş kontenjanı olan en üst sıradaki okula yerleştiriyor. İlk bakışta hiç sorun yok gibi duruyor. Peki ya benim durumuma ne diyeceksiniz? Kerman Çuvaşlı MTAL'in kontenjanı doluydu ama o okuldaki Sihvet Küdarat Hanım da tayin istemişti. Ondan açılan boşluğa ben yerleşirim diye düşünmüştüm. Meğer benim hizmet puanım Sihvet Hanım'inkinden yüksekmiş. Öyle olunca, sistemde sıra bana gelince Kerman Çuvaşlı MTAL'in kontenjanı dolu gözüktü ve atanamadım. Sonra Sihvet Hanım'ı Dev İsmet İmam Hatip Ortaokulu'na yerleştirdiler. En sonunda sıra Ervin Bey'e gelince artık sistemde Kerman Çuvaşlı MTAL'in kontenjanı boş gözüktüğü için benim yerime o atandı. Olacak iş mi bu? Koskoca Milli Eğitim Bakanlığının bunu engelleyecek teknolojisi yok mu? Ayıp denen bir şey var.”

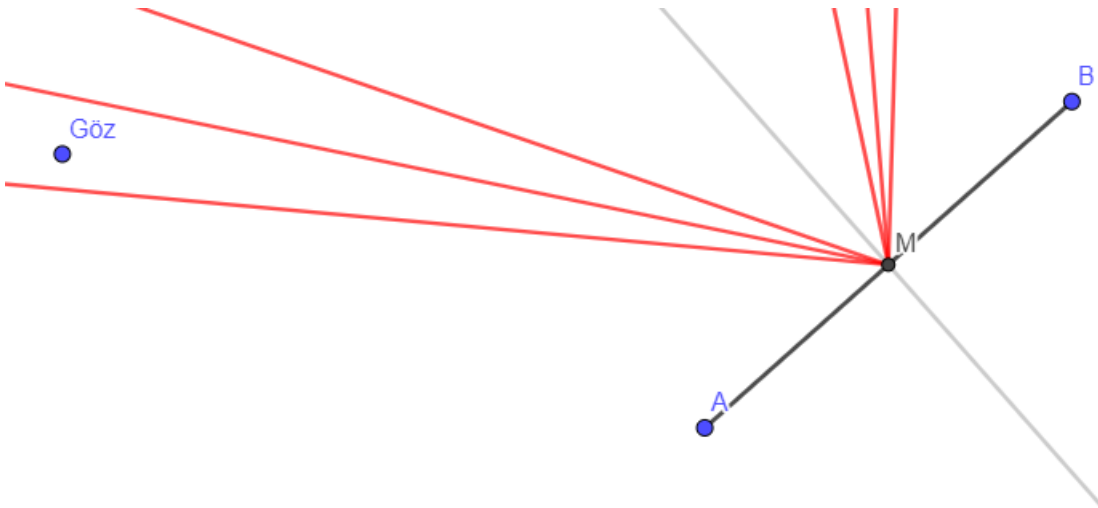
MATEMATİĞİN PENCERESİNDEN “GÖRME OLAYI”

İnsanlık, Antik Çağ’dan beri görme olayının nasıl gerçekleştiği üzerine kafa yorsa da 150 yıl öncesine kadar bu olayın altında yatan gerçek biyolojik süreçler konusunda bir fikir sahibi değildi. Günümüzde canlıların ışığı algılamak için hangi biyokimyasal olaylardan yararlandığı temel olarak bilinse de gözün ve beynin çalışma ilkeleri hâlâ çözülememiş gizemlerle dolu. Bu yazıda, biyolojik süreçleri tüm gizemleriyle birlikte biyolojicilere bırakacak ve gözü uzaydaki bir nokta olarak modelleyeceğiz.

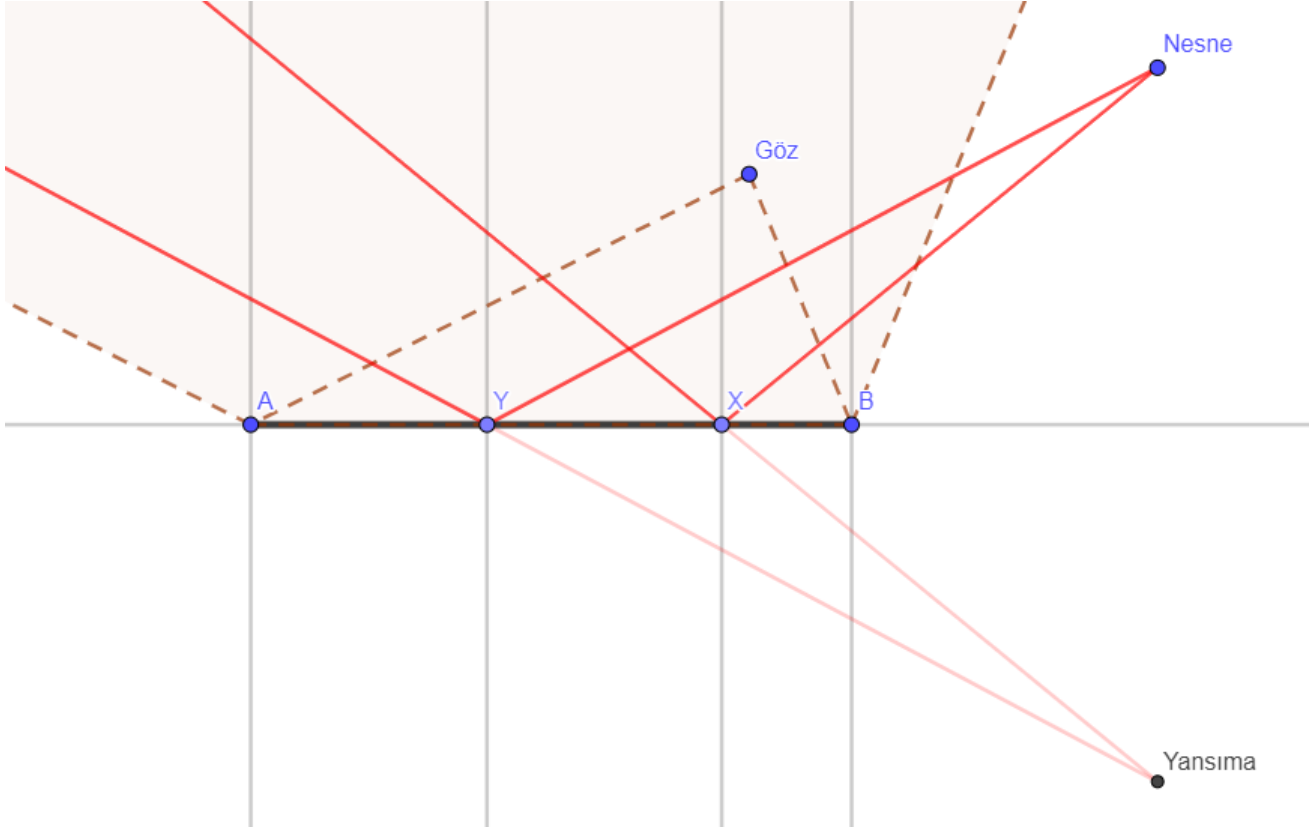
Nesneleri görebilmemiz için bu nesnelerin yüzeyinden yansıyan görünür ışığın gözümüze ulaşması gerekir. Ancak ışığın doğasının insanlar tarafından anlaşılması, görme olayının kendisinde de olduğu gibi, çok uzun ve zahmetli bir süreç olmuştur. Işğın fiziksel olarak dalga özelliği mi yoksa parçacık özelliği mi gösterdiği üzerine yüzyıllarca süregelen tartışmaların ardından ortaya çıkan *dalga-parçacık ikiliği* fikri, kuantum fiziğinin gelişmesine temel oluşturmuştur. Bu yazıda kuantum fiziğini kuantum fizikçilerine bırakacak ve ışığı, bir engelle karşılaşana kadar belli bir yönde sonsuz hızla ilerleyen bir ışın olarak modelleyeceğiz. Hatta daha da ileri gidecek ve hesaplamaları kolaylaştırmak için uzayın üçüncü boyutunu görmezden gelecek, nesnelere aynı düzlemin üzerinde kabul edeceğiz.

Yukarıdaki anlatımdan da anlaşılacağı üzere, ışğın yüzeylerden yansması görme olayında temel bir rol oynuyor. Bu yansıma olayını anlamak için bilmemiz gereken tek bir yasa var: Düz, pürüzsüz bir yüzeye gelen ışğın yüzey normaliyle yaptığı açı, yansıyan ışğın yüzey normaliyle yaptığı açıya eşittir. Matematiksel dünyamızda hiçbir yüzey pürüzlü olmadığı için bu bilgi bize yetecek.

Buradan hareketle görme olayı için şu şekilde basit bir tanım yapabiliriz: Gözün görme alanına ulaşan ışğınlar, geri takip edildiğinde belli bir noktada kesişiyorsa bu noktada bu ışğınların yansmasını sağlayan bir cisim olduğunu anlarız. Örneğın, aşağıdaki çizimde AB doğru parçası şeklindeki bir cismin orta noktasını bir gözün algılamasının nasıl mümkün olduğu gösterilmiştir. Evet, şekli Geogebra’da çizdim ve evet, bir LaTeX dosyasına güzel gözüken bir görsel eklemek çok zor.



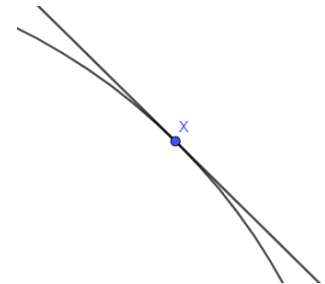
Görme olayının bu tanımı, birçok görsel illüzyonun temelinde yatıyor. Örneğin bir noktadan yansıyan ışınlar, göze ulaşana kadar kırılabilir ve yön değiştirebilir. Bunun sonucunda göz; nesneyi olduğundan daha yakında, uzakta, büyük ya da küçük görebilir. Çay kaşığının çayın içinde olan kısmının daha büyük gözükmesi gibi. Kimi zaman da noktadan yansıyan ışınlar, göze ulaşmadan önce yansıtıcı bir yüzeye çarpar. Göz, bu yansıyan ışınların uzantılarının belli bir noktada kesiştiğini gördüğü için nesneyi gerçekte olduğundan bambaşka bir yerde algılayabilir. Aynalardan bahsediyorum!



Önce belli bir noktadan, sonra da bir düzlem aynadan yansıyan ışık ışınlarının uzantılarının tek bir noktada kesişeceği kolaylıkla ispatlanabilir (**Problem 4.1**). Bu kesişim noktası, ışınların kaynağı olan noktanın düzlem ayna kesitini içeren doğruya göre yansımasıdır. Böylece nesnenin kendisi haricinde sanal bir görüntüsü daha oluşmuş olur.

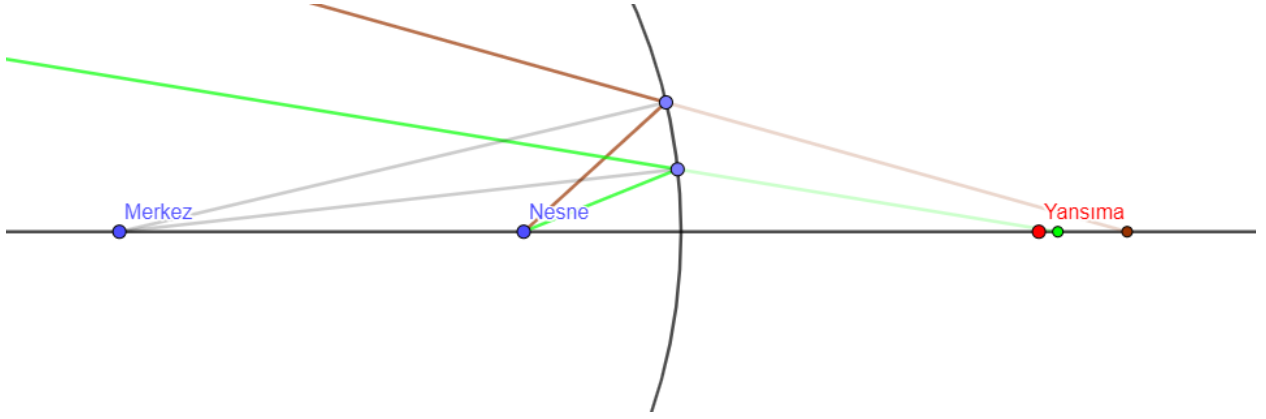
Yukarıdaki çizimde de görülebildiği gibi, bir nesnenin bir aynada görüntüsünün oluşması için doğrudan aynanın karşısına konması gerekmez. Nesneden aynaya ulaşabilen ışınlar olduğu sürece o görüntü oluşacaktır. Bu olayda nesnenin konumu bir önem taşımaz. Bununla birlikte, aynaya bakan bir gözün o nesnenin yansımasını görüp görememesi nesnenin konumuna bağlıdır. Gözün aynaya bakınca yansımayı görebilmesi için nesneden çıkıp aynadan yansıyan ışınların göze de ulaşması gerekir. Dolayısıyla, yukarıdaki çizimdeki göz yalnızca kahverengi alandaki nesnelerin aynadaki yansımalarını görebilir.

Peki ya ayna düz değilse? Bu durumda, matematik dünyasında olduğumuz için işimiz yine kolay: Eğri bir cismin üzerindeki belli bir noktaya yaklaştıkça bu cismin görebildiğimiz kısmının gitgide bir doğruya benzediğini görürüz. Bu doğru teğet doğrusudur. Bu sebeple, eğri bir aynanın X noktasına çarpan ışının nasıl yansıtacağını anlamak için bu ışının X'ten geçen teğete çarptığını düşünebiliriz. Ayna bir çember parçası ise bu durumda X'ten geçen yüzey normali, X noktasını çemberin merkeziyle birleştiren doğru olacaktır.



Düzlem aynaların aksine, ne yazık ki çembersel (üç boyutlu gerçek dünyada “küresel”) aynalarda aynı noktadan gelen ışınların yansımaları aynı noktada kesişmez. Bu nedenle, çembersel aynalarda oluşan görüntüler bulanık gözükür ve bir noktanın aynadaki yansımasının kesin konumundan bahsetmek zorlaşır. Bununla birlikte, bir noktadan gelen ışınlar, bu noktayı merkezle birleştiren doğruya (*optik eksen*) yaklaştıkça bu ışınların yansımasının optik eksenle kesişiminin de belli bir noktaya yaklaştığını görürüz. Örneğin, aşağıdaki şekilde nesneden aynaya çarpan ışınların yansımalarının optik eksenini kestiği yer gitgide kırmızı noktaya yaklaşmaktadır.

Bir noktanın küresel bir aynaya göre yansımasının burada yaklaşılan kırmızı noktada bulunduğunu kabul edeceğiz. Böylece, düzlemde herhangi bir çember ve herhangi bir nokta verildiğinde, bu noktanın bu çemberin kesilmesiyle elde edilen bir aynaya göre yansımasının nerede olduğunu gösteren genel bir fonksiyon inşa edebileceğiz (**Problem 4.3**).



Küresel aynalar, günlük hayatta iç ve dış yüzeylerinden hangisinin yansıtıcı özelliğe sahip olduğuna göre *çukur* ve *tümsek* ayna olarak ikiye ayrılır. Ancak bizim matematik dünyamızda böyle bir ayrıma ihtiyacımız yok. Işınlar çemberin iç bölgesine de dış bölgesine de çarpsa yapacağımız işlem aynı: ışını çemberin merkezinden geçen doğruya göre yansıtma. Dolayısıyla, uzayda verilen herhangi bir noktanın bu çembere göre yansımasının konumunu veren fonksiyon da aynı!

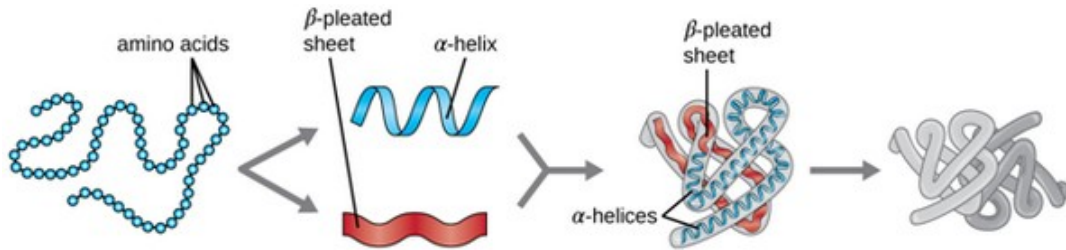
Burada matematik yapmanın hazzına varıyoruz: “Matematik, farklı şeylere aynı adı vermektir.”

BİLİM İNSANLARI BAKTERİ GENLERİ İÇİN “AÇMA-KAPAMA TUŞU” GELİŞTİRDİ!

Bu yazıyı okuyorsanız büyük ihtimalle meşhur DNA molekülünün birçok işlevinden ve özelliğinden haberdarsınızdır: Neredeyse her hücremizin çekirdeğinde bir kopyası vardır. Bulduğu hücrenin yaşamsal etkinliklerini düzenler. Bütün kalıtsal özelliklerimizi kodlayan devasa bir moleküldür. Bilgisayar dilindeki 0 ve 1’lerin yerini doğanın dilinde nükleotitler alır. Peki ya tek bir molekülün bu kadar hüneri aynı anda taşıması nasıl mümkün olabilir? Hücrelerimizin içindeki bir molekülün belli başlı nükleotit dizilerine sahip olması, kim olduğumuzu nasıl belirleyebilir?

Bu soruyu cevaplamaya çalıştığımızda görüyoruz ki aslında bu hünerler, milyonlarca farklı molekülün bir arada çalışmasıyla ortaya çıkıyor: proteinler. Kimileri hücresel solunum gibi kendi başına gerçekleşmeyecek hayati tepkimelerin kısa sürede gerçekleşmesini sağlıyor. Kimileri hücrelere kimlik kazandırıyor, kimileri vücutta madde taşıyor, kimileri de bağışıklıkta rol oynuyor. Bir bakteriyi bir bitkiden, bir kaplanı bir kediden, beni de siz değerli okuyucularımızdan ayıran en temel fark, her canlının kendisine özgü protein moleküllerine sahip olması.

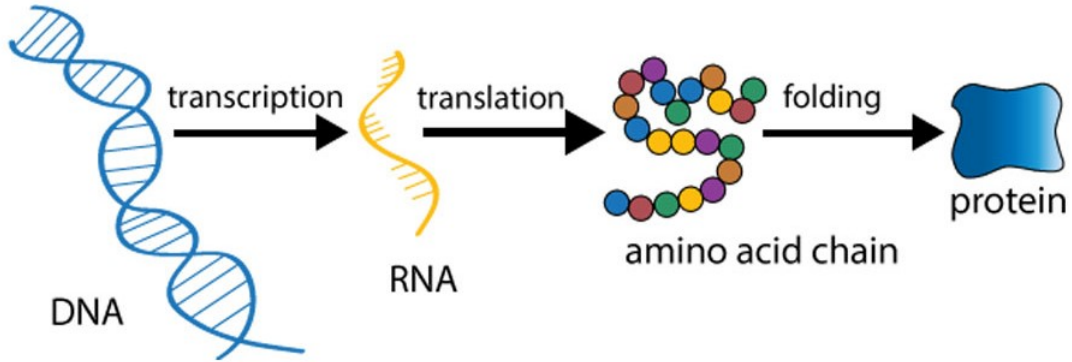
Tıpkı DNA gibi proteinler de aslında bilgi kodlayan moleküllerdir. Her protein molekülü, doğada 20 farklı çeşidi bulunan *amino asit* adlı küçük moleküllerin belli bir sırada uç uca eklenmesiyle ortaya çıkar. Bu amino asitlerin dizilimi, söz konusu protein molekülü hakkında bilgiler içerir. Çünkü, farklı amino asitlerin taşıdığı farklı elektriksel yükler sebebiyle oluşan kuvvetlerin sonucunda, amino asit zinciri katlanıp kıvrılarak kendine özgü bir üç boyutlu yapıya sahip olur. Bu yapı da proteinin hangi moleküllere bağlanabileceğini ve nasıl hareket edebileceğini belirler. Böylece bu protein molekülünün vücutta üstleneceği rol de belirlenmiş olur.



Kısacası proteinler, vücudumuzun her işine koşarak bizi biz yapan işlevsel moleküllerdir. Tabii ki bunun çok basitleştirilmiş bir ifade olduğunu unutmamak lazım. Canlıların bünyesinde işlev ve özgünlük taşıyan, proteinler haricinde sayısız molekül var. Ancak bu rolde sıklıkla proteinleri görüyoruz. Peki ya o zaman DNA molekülü neyi kodluyor? Proteinleri kodluyor! Yani, çoğu zaman durum böyle. Biyoloji tanrıları tarafından cezalandırılmamak için her cümleme belirsizlik ifadeleri koymak zorundayım.

İşlevsel genler, belli bir proteinin sentezlenmesi için hangi amino asitlerin hangi sırada birbirine bağlanması gerektiği bilgisini içeren nükleotit dizileridir. Bu bilgi kullanılarak o proteinin sentezlenmesi, bu genin *ifade edilmesi* olarak adlandırılır.

Bir genin ifade edilme sürecinde ilk olarak DNA sarmalının bu geni bulunduran kısmı açılır. Ardından, bu genin taşıdığı bilgiyi içeren bir RNA molekülü üretilir. Bu RNA molekülü de ribozoma gönderilerek söz konusu proteinin üretilmesini sağlar. Böylece genetik bilgi, nükleik asitlerin dilinden proteinlerin diline *tercüme* edilmiş olur.



Bu süreç akla şu soruyu getiriyor: Çekirdeği olan tüm hücrelerimiz aynı DNA molekülünü içeriyorsa her hücrenin aynı proteinleri sentezlemesi gerekmez mi? O hâlde bir mide hücresi ile bir göz hücresini birbirinden farklı yapan nedir?

Elbette bir canlının bünyesindeki her hücre aynı proteinleri sentezlemez. Midede üretilen sindirim enzimlerini göz hücreleri de üretse hiç hoş anlar yaşamazdık. Hücrelerin özelleşebilmesi için belli bir işleve yönelik protein moleküllerini sentezlemesi, bunun için de başka hücrelerde ifade edilmeyen bazı genleri ifade etmesi gerekir. Bu da her hücrenin belirli genleri ifade edip belirli genleri “susturmasıyla” mümkün olur. Böylece bir hücrenin kaderini taşıdığı genlerin tamamı değil, yalnızca ifade ettiği genler belirler.

Gen ifadesinin bu şekilde düzenlenmesi, sadece çok hücreli canlılarda özelleşmiş yapıların oluşması için yaşanan bir olay değildir. Her canlı hücre, bazı proteinleri yalnızca ihtiyaç olduğunda sentezleyerek zaman ve kaynak tasarrufu sağlar. Peki ya bir hücrenin çevresel koşullara göre hangi geni konuşturup hangi geni susturacağına karar vermesi nasıl mümkün olur? Yine proteinler sayesinde! Demek istediğim, çoğunlukla proteinler sayesinde. Gen ifadesinin düzenlenmesinin bilinen onlarca farklı yolu var. Ancak bu yazıda ilgileneceğimiz mekanizmalarda ana rolü bu iş için özelleşmiş proteinler oynayacak.

Bir genin ifade edilebilmesi için öncelikle bu genin kodladığı bilgiyi içeren bir RNA molekülü sentezlenmesi gerektiğinden bahsetmiştik. Bu sentez nasıl gerçekleşiyor olabilir? Bil-diniz - bu iş için de özelleşmiş proteinler var. İfade edilen her genin başında *promotor* adı verilen özel bir nükleotit dizisi bulunur. Genin ifade edilmeye başlaması için her şeyden önce birtakım özel proteinlerin promotora bağlanması gerekir - metnin geriye kalanında biyoloji tanrılarında af dileyerek bu proteinlere **başlatıcı protein** diyeceğim. O hâlde, başlatıcı proteinlerin promotora bağlanmasını bir şekilde engelleyebilirsek söz konusu geni susturmuş oluruz.

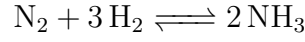
Bağırsaklarımızda yaşayan *Escherichia coli* bakterisi için glikozu sindirmek, laktoz gibi diğer şeker çeşitlerine göre daha kolaydır. Dolayısıyla, normal şartlar altında bir *E. coli* bakterisi, laktozun sindirilmesini sağlayan proteinleri üretmek enerji kaybetmez. Ancak süt içtiğimizde bu durum tersine döner. Bakteri bu proteinleri çok hızlı bir şekilde üretmeye başlayarak laktozu sindirir. Ortamda laktoz kalmadığında ise bu proteinlerin sentezi yeniden son bulur. Tahmin etmiş olabileceğiniz üzere, bu olayın arka planında susturulmuş bir genin geçici olarak konuşturulması yatıyor.

Ortamda laktoz olmadığı zamanlarda, laktoz sindirimini sağlayan proteinleri ürettiren genlerin promotoru, başlatıcı proteinlerin yerine başka bir protein tarafından “işgal” edilir. Bu sebeple bu gen ifade edilemez. Metnin geriye kalanında bu işgal görevini üstlenen proteinlere **susturucu protein** diyeceğim.

Ortamdaki laktoz derişimi arttığı zaman bu laktoz molekülleri, susturucu proteine bağlanır ve bu proteinin üç boyutlu yapısını değiştirir. Dolayısıyla susturucu protein, genin promotoruna bağlanma becerisini kaybeder. Böylece promotora başlatıcı proteinler bağlanır ve gen ifade edilmeye başlar. Ortamda laktoz kalmadığı zaman, susturucu protein promotora yeniden bağlanır ve her şey eskisine döner.

Yukarıdaki paragrafın çok basitleştirilmiş bir anlatım olduğunu belirtmek istiyorum. Bu süreçte moleküler düzeyde yaşanan olaylar aslında çok daha karmaşık. Süreci genel hatlarıyla aktarabilmek için birçok ayrıntının üstünden atladım. Bu ayrıntıları ayrıca belirtmemin gen ifadesinin nasıl düzenlendiğini anlamak konusunda sizi bir adım daha ileri götüreceğini de düşünmüyorum. Tek bir detay hariç: Şimdiye kadar anlattıklarımın verdiği izlenimin aksine, genlerin bir “açma-kapama tuşu” yoktur. Bir genin ya hiç ifade edilmediğini ya da tamamen ifade edildiğini düşünmek gerçeklikle bağdaşmaz. Bunun yerine genlerin ifade edilme oranının değiştirdiğini düşünmek daha tutarlı olur.

Bu olayın nasıl gerçekleştiğini anlamak için *kimyasal denge* kavramını incelemeliyiz. Aşağıdaki tepkime bunun için iyi bir başlangıç noktası olabilir:



Çift yönlü tepkime oku, bu tepkimenin hem ileri hem de geri yönde gerçekleşebileceği anlamına geliyor. Başka bir deyişle, içinde N_2 , H_2 ve NH_3 maddelerinin bulunduğu bir kapta yalnızca N_2 ile H_2 moleküllerinin birleşme tepkimesi değil, NH_3 molekülünün ayrılma tepkimesi de eş zamanlı olarak gerçekleşir.

Günlük hayattaki gözlemlerimiz ile bir tepkimenin aynı anda hem ileri hem geri yönde gerçekleşmesi fikrinin çelişki içinde olduğunu düşünebilirsiniz. Örneğin, bir kaba N_2 ve H_2 maddelerini yeterli miktarda koyup tepkimenin gerçekleşmesi için uygun koşullar hazırladığımızda ortamda NH_3 moleküllerinin oluşmaya başladığı görürüz. Zamanla N_2 ve H_2 maddelerinin derişimi azalır, NH_3 maddesinin derişimi ise artar. Bir yandan NH_3 maddesinin ayrılma tepkimesi de yaşanıyor olsaydı zaman zaman NH_3 maddesinin derişiminin azaldığı da görmemiz gerekmez miydi?

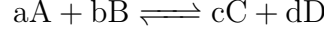
Dışarıdan baktığımızda bir kimyasal tepkimenin yalnızca bir yönünün ifade ettiği değişimi gözlemlememiz, moleküler düzeyde de tepkimenin sadece o yönde ilerlediği anlamına gelmez. Aslında tepkimenin iki yönü de gerçekleşir. Ama ileri tepkime, geri tepkimeden daha hızlı gerçekleştiği için madde miktarındaki net değişimi ileri tepkimenin yönünde görürüz.

Düşünce deneyimize kaldığımız yerden devam edersek, bir süre N_2 ile H_2 derişimleri azalıp NH_3 derişimi arttıktan sonra, bir noktadan itibaren bu derişimlerin sabitlendiğini gözlemliyoruz. Bu durum tepkimenin iki yönünün de sona erdiği anlamına mı gelir? Kesinlikle hayır. Moleküler düzeyde tepkimenin iki yönü de gerçekleşmeye devam eder. Ancak artık bu iki tepkimenin hızları birbirine eşittir. Dolayısıyla dışarıdan baktığımızda madde miktarlarında net bir değişim gözlemleyemeyiz. Kimyasal denge de tam olarak bu anlama gelir: İleri ve geri değişim hızları birbirine eşit olduğu için net bir değişim gözlemlemiyor olmak.

Yapılan deneyler gösteriyor ki, X maddesinin derişimi $[X]$ olmak üzere, bu tepkimenin herhangi bir anda ileri yöndeki hızı $[N_2] \cdot [H_2]^3$ ile doğru orantılıdır. Başka bir deyişle, tepkimenin ileri yöndeki hızı $k_1 \cdot [N_2] \cdot [H_2]^3$ sayısına eşit olacak şekilde bir k_1 pozitif gerçek sayısı bulunur. Kimyada bu sayı *hız sabiti* olarak adlandırılıyor. Benzer şekilde, bu tepkimenin geri yöndeki hızını da farklı bir hız sabiti için $k_2 \cdot [NH_3]^2$ şeklinde ifade edebiliyoruz. Yanlış anlaşılmaya mahal vermemek için belirtiyorum: Hız sabitleri, bir tepkimenin hızına dair deneysel verilerin bu formüllere eşitlenmesiyle bulunuyor ve her tepkime için farklı değerlere sahip oluyor. Aynı tepkimenin ileri ve geri yönleri için bile.

Bu bilgi, yaptığımız düşünce deneyine dair birçok durumu da açıklığa kavuşturuyor: En başta ileri tepkimenin hızı büyük bir sayıya eşit iken geri tepkimenin hızı 0. Dolayısıyla net tepkime ileri yönde gerçekleşiyor. Bu durumun yarattığı derişim değışiklikleri, ileri ve geri tepkime hızlarının zamanla birbirine yaklaşmasına sebep oluyor. En sonunda da bu hızlar birbirine eşit oluyor ve dengeye ulaşılıyor.

Şimdi bu örnekten öğrendiklerimizi genelleştirmeye hazırız. Aşağıdaki gibi genel bir tepkime denklemini ele alalım:



Herhangi bir anda ileri tepkimenin hızını $k_1 \cdot [A]^a \cdot [B]^b$, geri tepkimenin hızını ise $k_2 \cdot [C]^c \cdot [D]^d$ şeklinde ifade edebiliriz. Buna göre, kimyasal denge durumunda aşağıdaki eşitlik geçerli olur:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b}$$

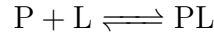
Eşitliğin sol tarafındaki oran, tepkime denkleminde bağlı olan sabit bir sayıdan ibarettir. Bu sayıyı K ile gösterirsek eşitliği şu şekilde yeniden ifade edebiliriz:

$$K = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b}$$

Eşitliğin sağ tarafındaki ifade, tepkime süresince değeri değışen bir ifadedir ve *tepkime kesri* olarak adlandırılır. Sol taraftaki K sayısına ise *denge sabiti* denir. Denge sabitinin değeri etkileyen tek çevresel faktör sıcaklıktır. Sıcaklığın artması bazı tepkimelerin denge sabitinin değeri artırırken bazılarınınkini azaltır. Ancak bu sayı, tepkime denkleminin ve ortam sıcaklığı haricindeki diğer tüm değışkenlere göre sabittir.

Bu eşitlik bize şunu anlatıyor: Ortam koşulları ve maddelerin başlangıçtaki derişimleri ne olursa olsun, sabit sıcaklıkta gerçekleşen bir tepkimenin kesrinin değeri zamanla K 'ye yaklaşır ve denge durumunda bu sayıya eşit olur. Denge durumunda iken maddelerin derişimleri herhangi bir şekilde değıştirilir ve böylece denge bozulursa, tepkime kesrinin değeri K 'ye yaklaşacak şekilde yeniden net madde değışimi yaşanır. Büyüleyici, öyle değil mi?

Artık bir genin ifade edilme oranının nasıl değıştiğini anlamak için gereken teorik altyapıya sahibiz. *E. coli* bakterisi üzerinden incelediğimiz örneğe geri dönelim. Promotoru işgal eden susturucu proteini P ve laktoz molekülünü L şeklinde gösterirsek, bu moleküllerin etkileşimini aşağıdaki tepkime ile modelleyebiliriz:



P harfi, serbest durumdaki susturucu protein moleküllerini temsil eder. Bu proteinler promotora bağlanarak gen ifadesini engeller. PL ise laktoz ile bağ kurduğu için şekli değışen, dolayısıyla promotora bağlanamayacak olan susturucu protein moleküllerini temsil eder.

Temel gözlem burada yatıyor: Ortama laktoz molekülü girdi diye bütün susturucu proteinler etkisiz hâle gelmez! Bununla birlikte, ortamdaki laktoz derişimi arttıkça bu tepkimenin kesri küçülür. Dolayısıyla dengenin yeniden kurulabilmesi için net tepkime ileri yönde gerçekleşir. Bu da etkisiz hâle gelen susturucu proteinlerin oranını artırır. Böylece gen “daha fazla” ifade edilmiş olur. Başka bir deyişle, ortamdaki laktoz derişimi arttıkça

$$Y = \frac{[PL]}{[P] + [PL]}$$

oranının artmasını bekleriz. Bu ifade, etkisiz hâle gelen susturucu proteinlerin toplam susturucu protein sayısına oranıdır. Bir genin “hangi oranda” ifade edildiği hakkında konuşurken bu kesri kastederiz. Örneğin bir genin %90 oranında ifade edilmesi, susturucu proteinlerin %90 oranında laktoza bağlandığı anlamına gelir (en azından bu örnek için).

Ortamdaki laktoz derişimi arttıkça genin ifade edilme oranının artacağını zaten biliyorduk. Bu gözlemi nicel hâle getirmek için Y 'nin $[L]$ 'ye bağlı değişimini bir fonksiyon olarak ifade edebiliriz. Bunun için P ile L 'nin etkileşimini modelleyen tepkimenin denge eşitliğini yazmakla başlayalım:

$$K = \frac{[PL]}{[P][L]}$$

Bu eşitlikten $[PL]$ 'yi çekip Y 'de yerine yazar ve gerekli sadeleştirmeleri yaparsak amacımıza ulaşırız:

$$(1)$$

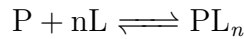
İncelediğimiz örnekte $K \approx 10^4$ olduğunu bildiğimiz için genin ifade oranını doğrudan laktoz derişimi üzerinden hesaplayabiliriz. Örneğin, ortamdaki laktoz derişimi **(2)** olduğunda genin ifade oranı %10 olurken bu oranın %90'a çıkması için laktoz derişiminin **(3)** olması gerekmektedir. Buradan hareketle gen ifadesi oranının laktoz derişimine göre değişiminin grafiğini aşağıdaki gibi çizebiliriz:

$$(4)$$

E. coli bakterisinin laktozu sindirmesi, ele aldığımız gen ifadesi düzenleme mekanizmasının en iyi bilinen örneklerinden biridir. Bu örnekte laktoz molekülünün üstlendiği görevi genel durumda herhangi başka bir madde de üstleniyor olabilir. Metnin geriye kalanında bu işlevi üstlenen moleküllere **ligand** diyeceğim.

Yukarıdaki grafikte ligand derişimine bağlı yumuşak bir artış görüyoruz. *E. coli* örneği üzerinden elde ettiğimiz bu grafik, aynı düzenleme mekanizmasının diğer birçok örneğinde de geçerliliğini sürdürüyor. Ancak bunun önemli bir istisnası var: Kimi zaman susturucu protein moleküllerinin yüzeyinde ligandların bağlanabileceği birden fazla bölge olur. Aynı protein molekülüne birden fazla ligandın bağlanması durumunda, bu fonksiyonu elde etmemizi sağlayan denge bağıntısı değişeceği için grafik de değişir.

İşlemleri kolaylaştırmak için, susturucu proteine bir ligandın bağlanmasının diğer ligand bağlama bölgelerini etkilemediğini varsayalım. Bu durumda, protein molekülünün yüzeyinde ligandların bağlanabileceği n farklı bölge varsa, bu moleküllerin etkileşimini aşağıdaki tepkime ile modelleyebiliriz:



$P + L \rightleftharpoons PL$ tepkimesinin denge sabiti K ise bu tepkimenin denge sabiti ne olabilir? Ligand bağlanma olaylarının birbirinden bağımsız gerçekleştiğini kabul etmiştik. Bu varsayımı sırtımızı yaslayarak $P + nL \rightleftharpoons PL_n$ tepkimesini $P + L \rightleftharpoons PL$ 'in n defa gerçekleşmesi şeklinde yorumlarsak, denge sabitini K^n kabul edebiliriz (**Problem 5.3**). Bu durumda

$$K^n = \frac{[PL_n]}{[P] \cdot [L]^n}$$

olur. Bu eşitlikten $[PL_n]$ 'i çekip Y kesrinde yerine yazdığımızda gen ifadesi oranını yeniden sadece $[L]$ 'ye bağlı bir fonksiyon olarak ifade etmiş oluruz:

$$(5)$$

Bu durumda gen ifadesi oranının ligand derişimine göre değişimi, $n = 2, 3, 4$ değerleri için aşağıdaki gibi grafikler ortaya çıkarır:

(6)

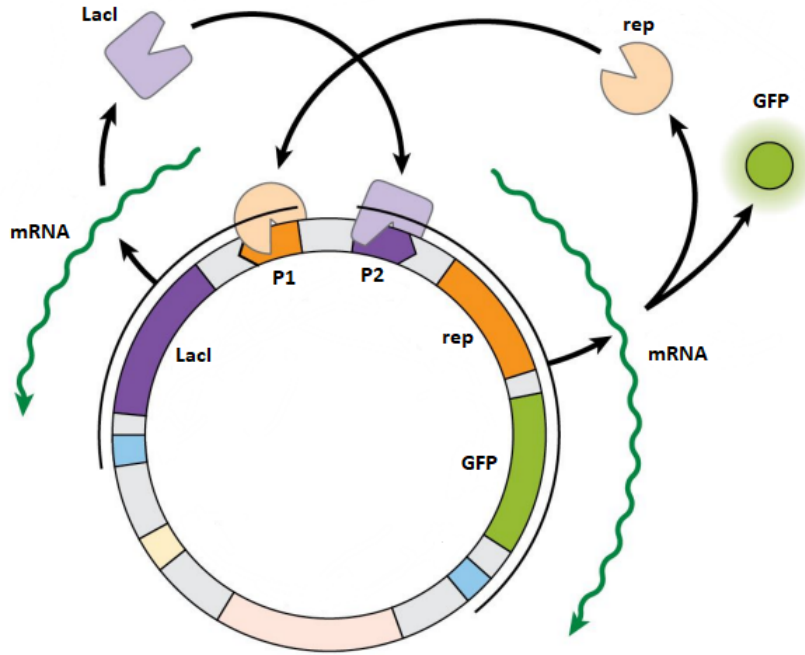
İlk grafiğin aksine, elde ettiğimiz yeni fonksiyonların $[L] = \frac{1}{K}$ noktasında bir kırılma yaşadığını ve n büyüdükçe bu kırılmanın belirginleştiğini görebiliriz. Bu durum, ele aldığımız düzenleme mekanizmasını, gen ifadesini “var - yok” şeklinde sınıflandıran bir mekanizma olmaya daha yakın hâle getirir. Bununla birlikte, bu mekanizma hiçbir zaman bir açma-kapama tuşu gibi davranmaz.

Günlük hayatta açma-kapama tuşlarını karakterize eden iki temel özellik vardır:

Özellik A: Çift durumluluk. Bir bilgisayar ya açıktır ya da kapalıdır. Bu iki durum arasında bir değer alamaz.

Özellik B: Durumların istikrarlı olması. Bilgisayarın açma-kapama tuşuna basarsak bilgisayar açılır. Biz yeniden komut verene kadar da açık kalır. Bilgisayarın açık kalması için parmağımızı tuşun üstünde basılı tutmamız gerekmez. Başka bir deyişle, bilgisayarı kapalı durumdan açık duruma getiren etken ortadan kalksa bile bilgisayar açık kalmayı sürdürür.

Ele aldığımız gen ifadesi düzenleme mekanizmasının bu iki özelliği de sağlamadığı kolaylıkla görülebilir (**Problem 5.5**). Gardner, Cantor ve Collins (2000), bu özellikleri sağlayan bir düzenleme mekanizmasını yapay yollarla geliştirmek için kolları sıvadılar. Geliştirdikleri biyolojik düzenekte şu maddeleri kullandılar:



P1 ve P2: *E. coli* genomunda yer alan iki farklı promotor.

rep: P1 promotoruna bağlanan susturucu protein. Aynı zamanda bu proteini üreten genin adı. Bu protein, 37°C sıcaklıkta P1'in çalışmasını engellerken 42°C sıcaklıkta P1'i serbest bırakır.

LacI: P2 promotoruna bağlanan susturucu protein. Aynı zamanda bu proteini üreten genin adı.

IPTG: LacI'ya bağlanarak P2 promotorunun serbest kalmasını sağlayan ligand.

GFP: Morötesi işığa tutulduğunda parlak yeşil işık yayan bir protein. Aynı zamanda bu proteini üreten genin adı.

Bu maddeleri görseldeki gibi bir araya getirerek halkasal bir DNA parçası ürettiler ve bu düzeneği canlı *E. coli* bakterilerinin sitoplazmasına bıraktılar. Genleri bu şekilde sıraya dizdikleri için bu sistemde P1 promotörü LacI geninin ifadesini, P2 promotörü ise rep ve GFP genlerinin ifadesini kontrol ediyor.

Sistemin iki durumu var: bakterinin çok fazla GFP sentezleyerek ışık saçması ya da bakterinin çok az GFP sentezlediği için ışık saçmaması. Ortama IPTG verilmesi, bakterinin açma tuşu; sıcaklığın 37°C'den 42°C'ye çıkarılması ise bakterinin kapatma tuşu görevini görüyor.

Gardner, Cantor ve Collins (2000) bu sistemin hem A hem de B özelliğini sağladığını deneysel olarak gösterdiler. Bu durumun altında yatan teorik açıklamayı bulmayı da okuyucularımıza bırakıyoruz. Bulmaca çözmekten farksız, mutlaka deneyin! (**Problem 5.7**).

LEVA BİLİM TOPLULUĞU
Leva Matematik Kampı
Genel Yetenek Sınavı
Problemler

Aşağıdaki problemleri ilgili oldukları metni göz önüne alarak yanıtlayınız.

Problem 1.1. Metnin sonunda neden Akadlardan bahsedilmiş olabilir?

Problem 1.2. Paralel bir evrende dünya barışı sağlanmış ve 2900 yıl önce ölmüş olan *Kermaniye* antik dili, dünyanın tüm resmi yazışmalarında kullanılacak olan ortak dil ilan edilmiştir. Aşağıdaki eşitlikler Kermaniye dilinde yazılmıştır. Son eşitliğin sağ tarafı haricindeki tüm terimler, payı da paydası da en fazla 10 olabilen ve paydası 1 olmayan kesirlerdir.

$$\begin{aligned} \text{kakih} + \text{kakkah} &= \text{tokkuh agmeir} \\ \text{togmur asfeiq} + \text{zahid} &= \text{tosluk apneim} \\ \text{habbal} + \text{habil} &= \text{zahhad} \\ \text{toqruw aqreiw} + \text{safiq} &= \text{tosfuq akkeih} \\ \text{saffaq} + \text{qarraw} &= \frac{24}{35} \end{aligned}$$

Semitik bir dil olan Kermaniye dili, akrabaları Arapça ve İbranice'ye benzer şekilde *üç ünsüzlü kök sistemini* kullanmaktadır. İnsan düşüncelerini en verimli şekilde ifade eden dillerden biri olan Kermaniye, kimi matematiksel fonksiyonlar için özelleşmiş yapılara sahiptir. Örneğin "1u2a33as" yapısı, "123" kökünün karşılık geldiği sayının karesini ifade eder: "d, r, b" kökü 2 sayısına karşılık geldiği için 2^2 ifadesini "durabbas" diye okuruz.

Buna göre, yukarıdaki eşitlikleri rakamlarla yeniden yazınız.

Problem 1.3. Bu paralel evrende Kermaniye edebiyatına damga vurmuş en önemli isimlerden biri olan Ömer Hayyam, özellikle de kendisiyle özdeşleşmiş olan ve "sulaki" adıyla bilinen şiirleriyle tanınmaktadır. Buna göre *sulaki* kelimesinin etimolojisi hakkında tahmin yürütünüz.

Problem 1.4. Bu paralel evrende Hristiyanlık dininin temel inanç esaslarından biri olan; Baba Tanrı, Oğul Tanrı ve Kutsal Ruh'un üç farklı benlik olarak aynı özü paylaştıkları düşüncesi *tegmir inancı* olarak adlandırılmaktadır. Bunun sebebi ne olabilir?

Problem 2.1. Metinde (x), (y), (z) ve (t) sembolleriyle belirtilen sayıları bulunuz.

Problem 2.2. $a > b$ pozitif tam sayılar olmak üzere, her notanın oktavının kendisinden a nota sonra geldiği ve her notanın tam beşlisinin kendisinden b nota sonra geldiği bir akort sisteminin kurulamayacağını ispatlayınız.

Problem 2.3. Yeni eserinde majör üçlü aralıkların daha iyi duyulmasını isteyen bir besteci hangi akort sistemini kullanmalıdır? 12-TET mi, 17-TET mi, 19-TET mi?

Problem 3.1. Milli Eğitim Bakanlığı'nın kullandığı sistemden daha iyi çalışan bir algoritma geliştiriniz.

Algoritmanın girdileri: Aynı ilde, aynı branşta il içi tayin programına başvuran tüm öğretmenler, bu ildeki tüm okulların bu branştaki boş kontenjan sayısı; başvuran öğretmenlerin şu anda buldukları okullar, hizmet puanları ve tercih listeleri.

Tüm öğretmenlerin hizmet puanları birbirinden farklıdır ve bir tercih listesinde en fazla 20 farklı okul bulunabilir.

Algoritmanın çıktısı: Başvuran öğretmenler ve atandıkları okullardan oluşan sıralı ikililer. Atanamayan öğretmenler için okul hanesine "0" yazılacaktır.

MEB'in algoritmasındaki sorunu ne olarak gördüğünüz ve geliştirdiğiniz algoritmanın MEB'den farklı olarak ne yaptığı, hayata ve insanlara bakışınız hakkında fikir verecektir.

Problem 4.1. Bir noktadan yansıyan ve ardından bir düzlem aynaya çarparak bir daha yansıyan ışınların hepsinin uzantılarının tek bir noktada kesiştiğini gösteriniz.

Problem 4.2. Şermin Longoz'un odasında duvara asılmış olan bir düzlem ayna vardır. Şermin bu aynaya baktığında kaşlarının arasındaki kırmızı noktayı görebiliyor ama göbek deliğini göremiyor. Bu nedenle görüş alanını genişletmek için aynadan uzaklaşıyor. Ancak ne kadar uzaklaşırsa uzaklaşsın göbek deliğini görüş alanına alamıyor.

Şermin Longoz'u duvara paralel olan bir doğru parçası, Şermin'in gözlerini ve göbek deliğini de bu doğru parçasının üzerindeki noktalar olarak modelleyerek bu durumun sebebini açıklayınız.

Problem 4.3. AB doğrusu üzerinde bir X noktası verildiğinde

$$\frac{|AX|}{|BX|} = \frac{|AY|}{|BY|}$$

eşitliğini sağlayan, X 'ten farklı olan ve yine AB doğrusu üzerinde bulunan tam olarak bir Y noktası vardır. Bu noktaya X 'in (A, B) 'ye göre **harmonik eşleniği** denir.

a) A ile B 'nin orta noktası M olmak üzere, yukarıda verilen tanımın A, B ve M haricinde X 'in alabileceği tüm değerler için geçerli olduğunu gösteriniz. $X = A, B, M$ durumlarında tanım nasıl düzeltilebilir? (Sonsuzluk kavramını kullanmaktan çekinmeyiniz.)

b) X 'in (A, B) 'ye göre harmonik eşleniği Y ise Y 'in (A, B) 'ye göre harmonik eşleniğinin X, A 'nın (X, Y) 'ye göre harmonik eşleniğinin de B olduğunu gösteriniz.

c) Kaynaklarda "iç açıortay teoremi" ve "dış açıortay teoremi" şeklinde iki ayrı başlık altında incelenen teoremi bu tanımı göz önüne alarak yeniden yorumlayınız.

d) X noktasında bulunan bir cisim ile A merkezli bir yansıtıcı çember kesiti verilmiştir. AX doğrusu, yansıtıcı yüzeyi B noktasında kesmektedir. X 'in bu aynada oluşan görüntüsünün (A, B) 'ye göre harmonik eşleniğinde bulunduğunu gösteriniz.

Problem 4.4. O merkezli, r yarıçaplı bir çember ve herhangi bir P noktası verildiğinde, OP doğrusu üzerinde $|OP| \cdot |OP^*| = r^2$ eşitliğini sağlayan tam olarak bir P^* noktası bulunur. Bu tanıma göre, P noktasını P^* noktasına götüren fonksiyona **evirtim** denir.

a) Yukarıda verilen tanımın $X = O$ durumu haricinde geçerli olduğunu gösteriniz. $X = O$ iken tanım nasıl düzeltilebilir?

b) Evirtim ile çembersel aynalarda yansıma işlemlerinin arasında nasıl bir ilişki olabilir? (İpucu: Birebir aynı değildir.)

Problem 5.1. Metinde parantez içinde sayılarla belirtilen boşlukları doldurunuz.

Problem 5.2. İşlevsel genler, art arda gelen n nükleotitten oluşan, *kodon* adı verilen gruplar içerir. Her kodon, o genin ifade ettiği proteinin içindeki bir amino asidi kodlar. Doğada 20 farklı amino asit çeşidi olduğuna göre n en az kaç olabilir? Düşünce sürecinizi açıklayınız. Bulduğunuz sonucu n 'in gerçek değeriyle kıyaslayınız.

Problem 5.3. Bir A tepkimesinin denge sabiti K_1 ve bir B tepkimesinin denge sabiti K_2 ise, A ve B tepkimelerinin taraf tarafa toplanmasıyla ortaya çıkan yeni tepkimenin denge sabitinin K_1K_2 olduğunu gösteriniz. Bu bilgiyi kullanarak, metinde $P + nL \rightleftharpoons PL_n$ tepkimesinin denge sabitinin K^n olarak kabul edilmesinin nedenini açıklayınız.

Problem 5.4. c sabit bir pozitif gerçektek sayı olmak üzere, aşağıdaki fonksiyon sürekli olmadığı için doğal süreçlerin modellenmesinde yanıltıcıdır:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > c \text{ ise} \\ 0 & x < c \text{ ise} \end{cases}$$

Gen ifadesinin düzenlenmesi için metinde ele alınan örnekte bu fonksiyonun eksikliği, hangi sürekli fonksiyon sayesinde giderilmektedir?

Söz konusu fonksiyonun $n \rightarrow \infty$ limiti alındığında yukarıda verilen $f(x)$ fonksiyonunun elde edildiğini gözlemleyiniz. Limit kavramına hakimseniz bu iddiayı ispatlayınız.

Problem 5.5. Gen ifadesinin düzenlenmesi için metinde ele alınan örneğin A ve B özelliklerini neden sağlamadığını açıklayınız.

Problem 5.6. Metinde bahsedilen araştırmada kullanılan rep proteininin sıcaklık arttığında P2 promotörüne bağlanamamasının sebebi ne olabilir?

Problem 5.7. Gardner, Cantor ve Collins (2000) tarafından üretilen düzenek, bakterinin ışık saçtığı ve saçmadığı durumlarda hangi proteinleri sentezler? Bu düzenneğin A ve B özelliklerini neden sağladığını açıklayınız.

Problem 5.8. Metinde bahsedilen araştırmanın insanlık için önemi ne olabilir?