

---

LEVA BİLİM TOPLULUĞU  
Leva Matematik Kampı  
Bitirme Sınavı

*Birinci Gün*  
*21 Eylül 2024*

---

**Problem 1.** Emre ile Başar'ın sıcak yaz günlerinde ferahlamak için oynadıkları vazgeçilmez *Devlerin Aşkı* oyunu, tahtaya bir  $n$  pozitif tam sayısının yazılmasıyla başlar. Bunun ardından, ilk hamleyi Emre yapmak üzere, iki oyuncunun sırayla hamle yapması suretiyle oyun sürdürülür.  $m$  bir pozitif tam sayı olmak üzere, bu oyundaki her hamle, tahtadaki sayının silinip yerine 1 eksiği, 2 eksiği, ..., ya da  $m$  eksiğinin yazılması şeklinde gerçekleşir. Fakat bir önceki hamlede tahtadaki sayıdan  $r$  çıkarıldıysa bir sonraki hamlede  $m + 1 - r$  çıkarılması yasaktır.

Örneğin  $m = 6$  durumunda Emre tahtadaki 83 sayısını silip yerine 80 yazdıysa Başar'ın yapabileceği hamleler tahtaya 79, 78, 77, 75, 74 sayılarından birini yazmaktır, fakat 76 yazamaz.

Tahtaya pozitif tam sayı yazması mümkün olmayan oyuncu oyunu kaybeder ve bu durumda oyun sona erer. Buna göre hangi  $(n, m)$  pozitif tam sayı ikilileri için Başar oyunu kazanmayı garantileyebilir?

**Problem 2.** Bir  $ABC$  üçgeninin iç teğet çemberi  $BC$  doğrusuna  $D$  noktasında temas etmektedir.  $[DI]$  ışını üzerinde  $|D'I| = 2|DI|$  olmasını sağlayan bir  $D'$  noktası alınıyor. Buna göre  $AD'I$  üçgeninin çevrel çemberinin  $IO$  doğrusuna teğet olduğunu gösteriniz.

**Problem 3.** Hangi  $b$  pozitif tam sayıları için  $a^2(b^2 - 4) - 4b$  ifadesini tam kare yapan en az bir  $a$  tam sayısı vardır?